Im Auftrage der Meteorologischen Gesellschaft der Deutschen Demokratischen Republik
herausgegeben von

K. Bernhardt, Berlin, E. A. Lauter, Berlin und H. Pleiß, Dresden

Unter Mitwirkung von

B. Béll, Budapest
F. Bernhardt, Potsdam
W. Böhme, Potsdam
M. Čadež, Beograd
G. Dietze, Dresden-Wahnsdorf
A. Doneaud, Bucureşti
P. Dubois, Lindenberg
G. Fanselau, Potsdam
L. Foitzik, Berlin
W. Häuser, Potsdam
G. Hentschel, Berlin
H.-G. Koch, Apolda
J. Kolbig, Potsdam
M. Konček, Bratislava
K. Ja. Kondrat'ev, Leningrad
L. Krastanov, Sofija
W. Parczewski, Warszawa
G. Skeib, Potsdam
D. Sonntag, Berlin
K. Sprenger, Kühlungsborn
F. Steinhauser, Wien
K. Unger, Quedlinburg
K. Voigt, Warnemünde

Bezugsmöglichkeiten der Zeitschrift für Meteorologie

Bestellungen sind zu richten

- *in der DDR* an den Postzeitungsvertrieb, an eine Buchhandlung oder an den Akademie-Verlag, DDR – 108 Berlin, Leipziger Straße 3–4
- *im sozialistischen Ausland* an eine Buchhandlung für fremdsprachige Literatur oder an den zuständigen Postzeitungsvertrieb
- *in der BRD und Westberlin* an eine Buchhandlung oder an die Auslieferungsstelle KUNST UND WISSEN, Erich Bieber, 7 Stuttgart 1, Wilhelmstraße 4–6
- *in Österreich* an den Globus-Buchvertrieb, 1201 Wien, Höchstädtplatz 3
- *im übrigen Ausland* an den Internationalen Buch- und Zeitschriftenhandel; den Buchexport, Volkseigener Außenhandelsbetrieb der Deutschen Demokratischen Republik, DDR – 701 Leipzig, Postfach 160, oder an den Akademie-Verlag, DDR – 108 Berlin, Leipziger Straße 3–4.

Zeitschrift für Meteorologie

Herausgeber: Im Auftrage der Meteorologischen Gesellschaft der Deutschen Demokratischen Republik herausgegeben von Prof. Dr. Karlheinz Bernhardt, Berlin; Prof. Dr. Ernst August Lauter, Berlin und Prof. Dr. Hermann Pleiß, Dresden.

Verlag: Akademie-Verlag, DDR – 108 Berlin, Leipziger Straße 3–4; Fernruf 2200441; Telex-Nr.: 114420; Postscheckkonto: Berlin 35021; Bank: Staatsbank der DDR, Berlin, Kto.-Nr.: 6836-26-20712.

Verantwortlicher Redakteur: Dr. Rolf Haake, Potsdam

Anschrift der Redaktion: Zeitschrift für Meteorologie, DDR – 15 Potsdam, Kleine Weinmeisterstr. 14; Fernruf: Potsdam 25418.

Veröffentlicht unter der Lizenznummer 1281 des Presseamtes beim Vorsitzenden des Ministerrates der Deutschen Demokratischen Republik.

Gesamtherstellung: VEB Druckerei »Gottfried Wilhelm Leibniz«, DDR – 445 Gräfenhainichen.

Erscheinungsweise: Die Zeitschrift für Meteorologie erscheint jährlich in einem Band mit 6 Heften. Bezugspreis je Band 72,– M zuzüglich Versandspesen (Preis für die DDR 48,– M); Preis je Heft 12,– M (Preis für die DDR 8,– M).

Bestellnummer dieses Heftes: 1013/26/1

Urheberrechte: Alle Rechte vorbehalten, insbesondere die der Übersetzung. Kein Teil dieser Zeitschrift darf in irgendeiner Form – durch Photokopie, Mikrofilm oder irgendein anderes Verfahren – ohne schriftliche Genehmigung des Verlages reproduziert werden.
All rights reserved (including those of translations into foreign languages). No part of this issue may be reproduced in any form, by photoprint, microfilm or any other means, without written permission from the publishers.

© 1976 by Akademie-Verlag Berlin · Printed in the German Democratic Republic.

Zeitschrift für Meteorologie

Band 26 · 1976

Im Auftrage der
Meteorologischen Gesellschaft
der Deutschen
Demokratischen Republik

herausgegeben von
K. Bernhardt, Berlin,
E. A. Lauter, Berlin und
H. Pleiß, Dresden

Akademie-Verlag · Berlin

Z 1278

In der Arbeit [3] wurden die Formeln (23), (24) zur Korrektur einer Analyse ($\triangleq \bar{f}_{10}$) durch Satellitendaten ($\triangleq \bar{f}_{2i}$) benutzt, obgleich dabei die Annahme des weißen Lärms nicht zulässig ist, sondern der weitgehend korrekte Ansatz (25) zu verwenden wäre. Abb. 2 zeigt, daß beide Ansätze wesentlich unterschiedliche Interpolationsergebnisse erwarten lassen, insbesondere in Gebieten großer ε_{10}-Werte, d. h. vor allem in Gebieten geringer Stationsdichte.

Dritter Spezialfall:

Die Größen $\bar{f}_{10}$ und $\bar{f}_{2i}$ seien beide synthetische Größen, etwa Ergebnisse einer numerischen Analyse oder indirekten Sondierung und einer Prognose. Dann ist es auch keine Einschränkung, beide Werte im gleichen Gitterpunkt als gegeben zu betrachten. Da wir nun die Gültigkeit von Gl. (9), (10) bzw. (22) als berechtigt ansehen dürfen, folgt

$$\bar{f}_{00} = p_{10}\bar{f}_{10} + p_{20}\bar{f}_{20} \tag{26}$$

und

$$p_{10} = \frac{(1-\varepsilon_{20})\,(\varepsilon_{20}-\varepsilon_{12})}{(1-\varepsilon_{10})\,(1-\varepsilon_{20}) - (1-\varepsilon_{10}-\varepsilon_{20}+\varepsilon_{12})^2}$$

$$p_{20} = \frac{(1-\varepsilon_{10})\,(\varepsilon_{10}-\varepsilon_{12})}{(1-\varepsilon_{10})\,(1-\varepsilon_{20}) - (1-\varepsilon_{10}-\varepsilon_{20}+\varepsilon_{12})^2} \tag{27}$$

$$\varepsilon = 1 - p_{10}(1-\varepsilon_{10}) - p_{20}(1-\varepsilon_{20})$$

mit $\Delta_{10}\Delta_{20}/f_{00} = \varepsilon_{12}$.

Diese Formel wurde bereits in der Arbeit [2] angegeben und auf den beträchtlichen Unterschied zu einer Interpolation hingewiesen, die unter der Voraussetzung erfolgt, daß die Fehler weder untereinander noch mit den wahren Werten korreliert sind. Die Formeln (27) behalten bei $\varepsilon_{12} \neq 0$ nicht für beliebige Kombination von ε_{10} und ε_{20} ihren Sinn. In der Arbeit [2] wurde die Annahme

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_{10} \cdot \varepsilon_{20} \tag{28}$$

gemacht, dann reduziert sich die Gleichung für ε in (27) auf

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_{10}\varepsilon_{20}}{\varepsilon_{10}+\varepsilon_{20}-\varepsilon_{10}\varepsilon_{20}} . \tag{29}$$

In den Fällen, wo eine physikalisch begründete stabile Korrelation zwischen den Fehlern Δ_1 u Δ_2 existiert (etwa bei indirekten Sondierungen f_{20}, in die Prognosewerte f_{10} als a piori Information eingehen), wäre vom empirischen Schätzwert für ε_{12} und ε_{10} auszugehen und der Wert für ε_{20} über eine Beziehung der Art (28) vorzuschreiben.

Soll ein Prognosewert im Gitterpunkt mit mehreren umliegenden synthetischen Beobachtungsdaten kombiniert werden, deren Fehler untereinander und mit dem Prognosewert korreliert sind, so wird man mit dem Problem konfrontiert, daß es gegenwärtig keine verläßlichen Angaben über die Abstandsabhängigkeit der Fehlerkorrelationen gibt, die andern in Gl. (13), (14) eingehenden Werte der Korrelationsfunktionen können wie oben abgeschätzt werden.

Literatur

[1] *Gandin L. S.*, Ob'ektivnyj analiz meteorologičeskych polej. Gidrometeoizdat, Leningrad, (1963) 285 str.
[2] *Gandin L. S., R. L. Kagan*, O postroenii sistemy ob'ektivnogo analiza raznorodnych dannych na osnove metoda optimal'noj interpoljacii i soglasovanija. Meteor. i Gidrol No 5 (1974) 3–10.
[3] *Mašković S. L., E. L. Metelica*, Ob ispol'zovanii dannych asinchronnych nabljudenij v ob'ektivnom analize meteorologičeskych polej. Meteor. i Gidrol. No 7 (1971) 9–17.

Anschrift: Dr. J. Kluge, Meteorologischer Dienst der DDR, Zentrale Wetterdienststelle, 15 Potsdam, Michendorfer Chaussee 23

551.513.1
551.509.314

Andauerstatistik und Persistenzverhalten der Zirkulationsformen nach Dzerdzeevskij

Von **M. Olberg, H.-F. Graf** und **W. Witschel**

Mit 5 Abbildungen

Zusammenfassung: Es werden einige erste Ergebnisse der statistischen Untersuchung der Zeitreihe der täglichen elementaren Zirkulationsmechanismen nach *Dzerdzeevskij* mitgeteilt. Speziell wird ein Vergleich der *Bartels*schen äquivalenten Erhaltungszahl (Wiederholungszahl) mit dem Erwartungswert der Andauerzeit einer Zirkulationsform vorgenommen. Setzt man einen *Poisson*-verteilten Wechsel zwischen den meridionalen und zonalen Zirkulationsformen voraus, dann sind die *Bartels*sche äquivalente Erhaltungszahl und die mittlere Andauerzeit gleich. Der Unterschied zwischen den empirischen und theoretischen Ergebnissen ist bedingt durch die unzulängliche Beschreibung der vorliegenden Zeitreihe durch den gewählten Modellprozeß.

Summary: Some first results of the statistical analysis of the time series of daily elementary circulation mechanisms by *Dzerdzeevskij* are given. Especially, a comparison between the *Bartels* equivalent persistence value and the expected duration of one circulation type in the series of meridional and zonal types of circulation is made. By assumption of *Poisson*-distributed changes of the two circulation types it can be shown that the value of *Bartels* equivalent number of repetitions and the mean duration must be equal. The discrepancy between the empirical and the theoretical values of the two parameters can be explained by the inadequate description of the given process by the used model process.

1. Einleitung

In der vorliegenden Untersuchung werden einige erste Ergebnisse der statistischen Bearbeitung der Zeitreihe der täglichen elementaren Zirkulationsmechanismen der Nordhemisphäre nach *Dzerdzeevskij* [1968] mitgeteilt. Insbesondere die gewonnenen Aussagen hinsichtlich des Andauerverhaltens von Zirkulationsformen sollen hier dargelegt werden. Dabei wurden als Maßzahlen für die mittlere Andauer einmal die von *Bartels* [1935] eingeführte „äquivalente Anzahl aufeinanderfolgender identischer Stichprobenwerte", zum anderen der sich aus dem Verteilungsgesetz der Andauern ergebende Erwartungswert benutzt.

Die äquivalente Erhaltungszahl, auch äquivalente Wiederholungszahl genannt, ist bei einer Stichprobe vom Umfang N durch den Ausdruck

$$\varepsilon(N) = 1 + 2\sum_{i=1}^{N-1}\left(1-\frac{i}{N}\right)K(i) \tag{1}$$

gegeben, wobei die $K(i)$ die Autokorrelationskoeffizienten der Stichprobenwertereihe für Verschiebungen i sind. *Bartels* benutzte die äquivalente Erhaltungszahl bei der statistischen Auswertung von abhängigen geophysikalisch-meteorologischen Meßwerten mit Hilfe der Methode der Signifikanztests, indem er anstelle des tatsächlichen Stichprobenumfangs N die sogenannte „effektive Anzahl voneinander unabhängiger Meßwerte" $N_{\text{eff}} = N/\varepsilon(N)$ einführte. Bei voneinander abhängigen Meßwerten zeigt sich nämlich, daß sich die Streuungen der Durchschnitte dieser Werte so verhalten, als seien jeweils Stichproben von N_{eff} voneinander unabhängigen Meßwerten vorhanden.

Über dieses ursprüngliche Konzept hinausgehend, deutete *Bartels* [1943] die Größe (1) anschaulich als die Anzahl der aufeinanderfolgenden Werte einer Zeitreihe, die im statistischen Mittel geschen denselben Wert haben. Diese Interpretation des Ausdrucks (1) als mittlere Andauerzahl ist natürlich zunächst nur plausibel. Eine Begründung dieser Vorstellung kann jedoch speziell für einen Zufallsprozeß, dessen Realisierungen nur zwischen zwei Zuständen variieren können und dessen Übergangszeitpunkte einer Poisson-Verteilung genügen, mit Hilfe des Erwartungswertes der Andauern gegeben werden.

2. Das Datenmaterial und empirische Ergebnisse

Ausgangsmaterial waren die Zirkulationstypen nach *Dzerdzeevskij* [1968], [1970], wobei jedem Tag der Jahre 1899 bis 1969 ein elementarer Zirkulationsmechanismus zugeordnet ist. Die Klassifikation von *Dzerdzeevskij* beruht auf der Auswertung synoptischen und zum Teil aerologischen Materials,das unter kinematischen Gesichtspunkten bearbeitet wurde und sich auf die Nordhemisphäre von ca. 30° nördlicher Breite bis zum Nordpol bezieht. *Dzerdzeevskij* unterscheidet insgesamt 41 Zirkulationstypen, die in der vorliegenden Untersuchung zu Zonal- und Meridionaltypen zusammengefaßt wurden.

Allen Tagen mit meridionaler Zirkulationsform wurde eine +1, allen Tagen mit zonaler Zirkulationsform eine −1 zugeordnet. Tagen, an denen die Zirkulation nicht klassifiziert werden konnte, wurde eine 0 zugewiesen.

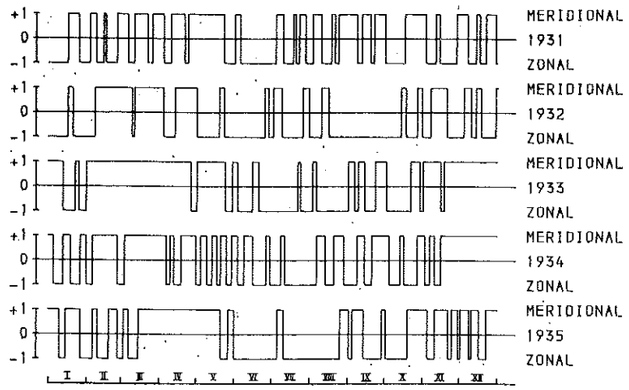

Abb. 1a. Zeitreihe der Tage mit meridionaler und zonaler Zirkulationsform nach *Dzerdzeevskij* (1931–1935).

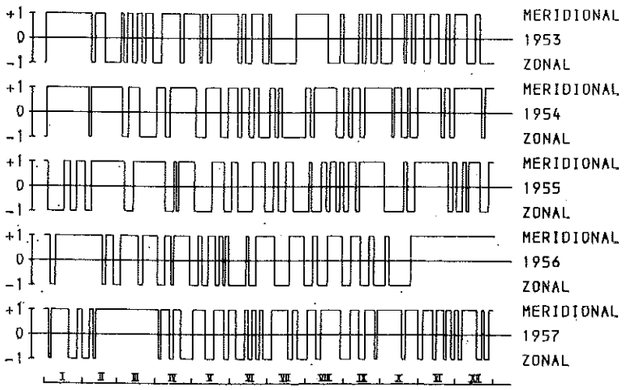

Abb. 1b. Zeitreihe der Tage mit meridionaler und zonaler Zirkulationsform nach *Dzerdzeevskij* (1953–1957).

Die Abbildungen 1a und 1b zeigen Ausschnitte des auf diese Weise gewonnenen Prozesses. Dabei wurden noch Korrekturen insofern vorgenommen, daß ein Tag ohne Zirkulationstyp zwischen Tagen mit Zirkulationsformen vom selben Typ als ein Tag dieses Zirkulationstyps gezählt wurde.

Nach den Untersuchungen von *Dzerdzeevskij* können im Zeitraum von 1899 bis 1969 drei Zirkulationsepochen unterschieden werden (siehe Abb. 2). Entsprechend dieser Epocheneinteilung wurde die Bearbeitung des Datenmaterials vorgenommen. In den Abbildungen 3a bis 5a sind die relativen Häufigkeiten der Andauern der beiden Zirkulationsformen insgesamt (meridional und zonal) für die drei genannten Zeitabschnitte dargestellt (siehe dazu auch *B. Graf* und *H.-F. Graf* [1974]), wobei hier zunächst noch nicht zwischen den Andauern der zonalen und meridionalen Zirkulationsformen unterschieden werden soll. Die empirische Häufigkeitsverteilungskurve zeigt, daß die Zirkulationsformen im allgemeinen zwei Tage und länger erhalten bleiben, wobei die häufigste Dauer eines Zirkulationstyps ca. 3–4 Tage beträgt. Andauern von 30 Tagen und mehr dieser im hemisphärischen Maßstab betrachteten Zirkulationsformen treten zwar seltener auf, sind aber durchaus mög-

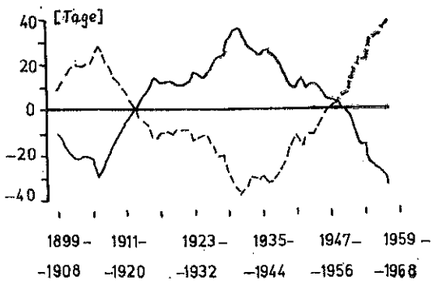

Abb. 2. 10jährig gleitendes Mittel der Abweichungen der Häufigkeit meridionaler und zonaler Zirkulationsformen vom langjährigen Mittel (nach *Dzerdzeevskij* [1968]).
——— zonal
– – – – – meridional

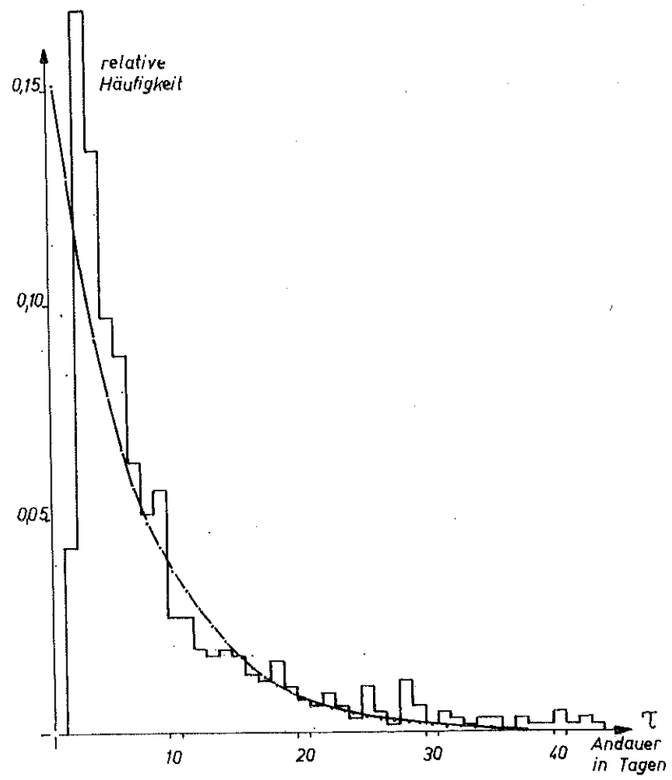

Abb. 3a. Relative Häufigkeiten der Zirkulationsdauer für die 1. Epoche

lich. Als Mittelwert ergab sich für die erste und zweite Epoche eine Andauer von 9 bis zu 10 Tagen, für die dritte Epoche eine Andauer von 7 Tagen (siehe Tabelle 1).

Tabelle 1

	1. Epoche 1899 – 1916	2. Epoche 1917 – 1950	3. Epoche 1951 – 1969
Mittelwert der Andauern [Tage]	9,8	9,7	7,6
Erhaltungszahl nach *Bartels* für $N=100$ [Tage]	10,8	10,8	7,2
Konstante $\varkappa$ des *Poisson*-Prozesses	0,164	0,157	0,247
$\varrho = e^{-\varkappa}$	0,849	0,855	0,781
Erwartungswert $1/\varkappa$ [Tage]	6,1	6,4	4,0
Faktor a der Jahreswelle	0,075	0,056	0,050

Es wurde nun versucht, über die *Bartels*sche äquivalente Erhaltungszahl (1) eine Aussage bezüglich der mittleren Andauer einer Zirkulationsform zu gewinnen. Die Abbildungen 3b bis 5b zeigen den Verlauf der aus dem Datenmaterial berechneten Autokorrelationsfunktionen. Die nach Gleichung (1) berechneten Werte der *Bartels*schen Erhaltungszahl bzw. Erhaltungszeit sind für $N=100$ in der Tabelle 1 angegeben. Diese Erhaltungszeiten unterscheiden sich teilweise von den gefundenen mittleren Andauerzeiten. Zur Klärung dieses Tatbestandes wurde versucht, den Prozeß zu modellieren, um die Andauerzeiten und die Erhaltungszeiten einer theoretischen Berechung zugänglich zu machen.

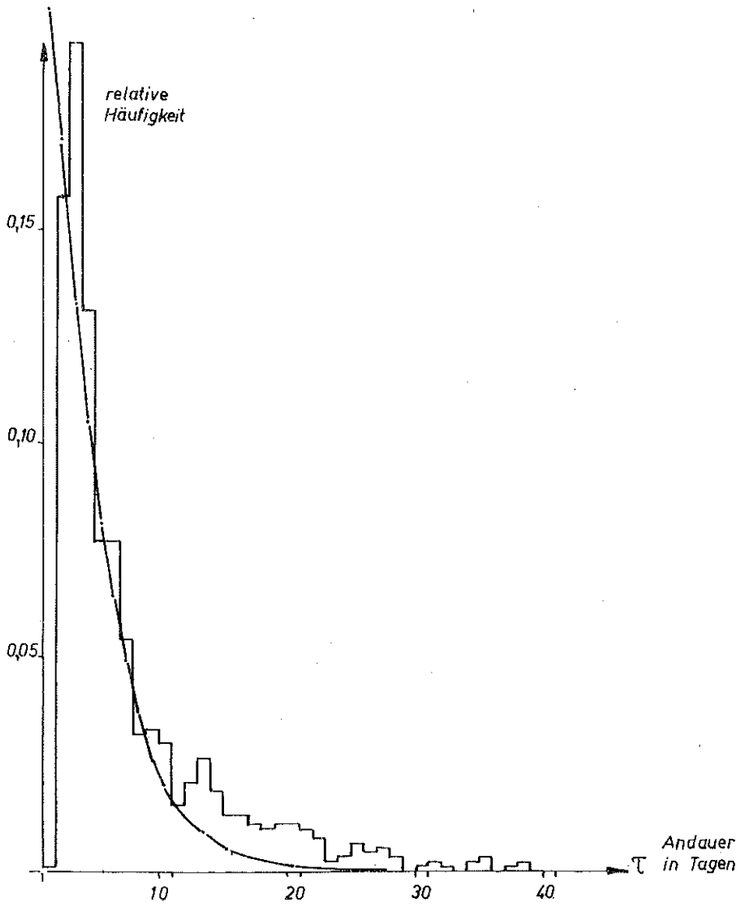

Abb. 5a. Relative Häufigkeiten der Zirkulationsandauern für die 3. Epoche

3. Äquivalente Erhaltungszeit und mittlere Andauerzeit einer „Rechteckwelle" mit Poisson-verteilten Nulldurchgängen

Der in den Abbildungen 1a und 1b dargestellte Ausschnitt des zeitlichen Verlaufs der kodierten Zirkulationstypen läßt sich als Realisierung eines Zufallsprozesses auffassen, der nur die Werte $+1$ und -1 annehmen kann, wobei an den Sprungstellen der Realisierungswert Null sei. Ist die Verteilung der Anzahl der Nulldurchgänge in Zeitintervallen der vorgegebenen Länge τ bekannt, dann kann der Prozeß weitgehend theoretisch beschrieben werden. Die Nulldurchgangsanzahl im Intervall τ ist eine diskrete Zufallsgröße, deren Realisierungswerte $0, 1, 2, 3, \ldots$ betragen können. Bezeichnen wir diese Zufallsgröße mit Z, dann ist die Wahrscheinlichkeitsverteilungsdichte $p_Z(n;\tau)$ eine Funktion von τ und n.

Zur Modellierung des zeitlichen Ablaufs unserer Alternativreihe nehmen wir nun an, $p_Z(n;\tau)$ sei eine *Poisson*-Verteilung, d. h.

$$p_Z(n;\tau)=\frac{(\varkappa\tau)^n}{n!}e^{-\varkappa\tau} \quad \text{für } n=0, 1, 2, \ldots . \tag{2}$$

Der Parameter $\varkappa$ dieser Verteilungsdichte ist die mittlere Anzahl der Nulldurchgänge in der Zeiteinheit $\tau=1$, denn für den Erwartungswert der Zufallsgröße Z ergibt sich nach kurzer Zwischenrechnung

$$EZ=\sum_{n=0}^{\infty} np_Z(n;\tau)=\varkappa\tau\,. \tag{3}$$

Zum *Poisson*-Prozeß siehe z. B. *Fisz* [1966], *Lahres* [1964], *Taubenheim* [1969]. Die Autokorrelationsfunktion des so modellierten Prozesses kann theoretisch berechnet werden. Mit Hilfe des Verteilungsgesetzes (2)

findet man (siehe dazu *Lee* [1960], S. 223)

$$K(\tau)=\exp(-2\varkappa|\tau|)\,. \tag{4}$$

Die Parameter $\varkappa$ des *Poisson*-Prozesses für die drei Epochen des untersuchten Zeitraums sind in Tabelle 1 angegeben. Der sich damit ergebende Verlauf der entsprechenden Autokorrelationsfunktionen (4) ist in den Abbildungen 3b bis 5b eingezeichnet. Wie zu ersehen ist, geben die theoretischen Autokorrelationsfunktionen den Verlauf der entsprechenden empirischen Kurven nur für kleine Zeitverschiebungen τ recht gut wieder. Die

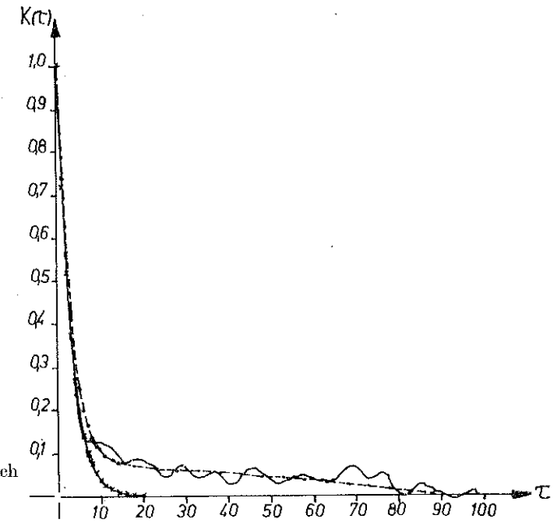

Abb. 3b. Autokorrelationsfunktion der Alternativreihe — empirisch, $-\times-$ nach Gl. (4) für $\varrho=0.781$, $-\cdot-$ nach Gl. (5) für $\varrho=0.781$ und $a=0.050$.

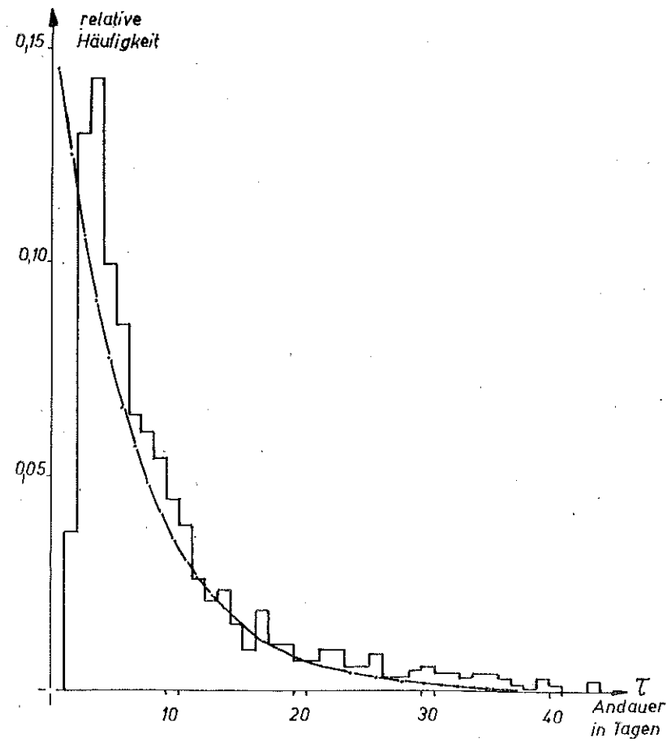

Abb. 4a. Relative Häufigkeiten der Zirkulationsandauern für die 2. Epoche

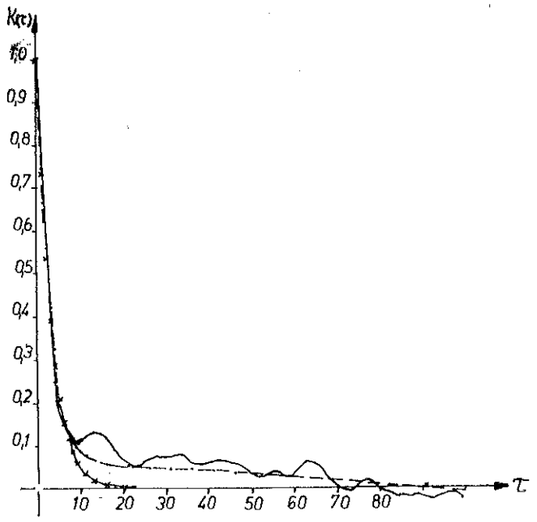

Abb. 4b. Autokorrelationsfunktion der Alternativreihe, —— empirisch, $-\times-$ nach Gl. (4) für $\varrho=0.855$, $-\cdot-$ nach Gl. (5) für $\varrho=0.855$ und $a=0.056$.

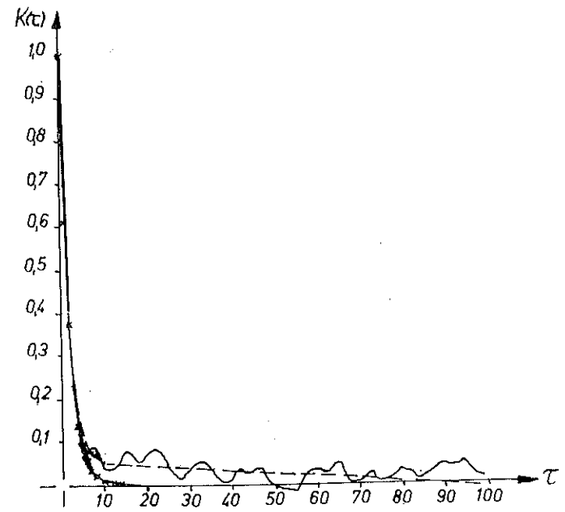

Abb. 5b. Autokorrelationsfunktion der Alternativreihe, —— empirisch, $-\times-$ nach Gl. (4) für $\varrho=0.849$, $---$ nach Gl. (5) für $\varrho=0.849$ und $a=0.075$.

Abweichungen für größere τ sind durch langperiodische Variationen im zeitlichen Verlauf der Zirkulationsformen bedingt. Im Falle des vorliegenden Prozesses sind die langen Andauern der Zirkulationsformen in der dritten Epoche vorwiegend in den Wintermonaten zu verzeichnen (siehe Abb. 1 b). Spezielle Untersuchungen zu einem Jahresgang (etwa der Anzahl der Wechsel der beiden Zirkulationsformen pro Monat) stehen noch aus. Hier wurde zunächst angenommen, daß dem stationären Prozeß mit einer Autokorrelationsfunktion in Form einer Exponentialfunktion eine Jahreswelle überlagert ist, so daß die empirischen Autokorrelationsfunktionen durch Funktionen der Gestalt

$$K(\tau)=\frac{1}{1+a}\left(\exp\left(-2\varkappa|\tau|\right)+a\cos\omega_0\tau\right) \tag{5}$$

analytisch beschrieben werden können, wobei ω_0 die Kreisfrequenz der Jahreswelle bedeutet (siehe dazu *Olberg* [1975]). In Tabelle 1 sind die Werte des Faktors a dieser Welle für die drei untersuchten Epochen angegeben. Die nach Gl. (5) berechneten Kurven der Autokorrelationsfunktion sind in den Abbildungen 3 b bis 5 b eingezeichnet. Die Approximationen sind recht zufriedenstellend.

Für die weiteren Untersuchungen betrachten wir nur den stationären Anteil des Prozesses und nehmen an, daß τ eine kontinuierliche Variable ist. Die *Bartels*sche Erhaltungszeit folgt dann mit $T=N\Delta t$ aus der zu (1) analogen Gleichung

$$\varepsilon(T)=2\int_0^T\left(1-\frac{\tau}{T}\right)K(\tau)d\tau \tag{6}$$

durch Substitution der Autokorrelationsfunktion (4) zu

$$\varepsilon(T)=\frac{1}{\varkappa}\left(1-\frac{1}{2\varkappa T}\left(1-e^{-2\varkappa T}\right)\right). \tag{7}$$

Für große Bobachtungszeiten $T\to\infty$ erhalten wir $\varepsilon(\infty)=1/\varkappa$, das heißt, die *Bartels*sche äquivalente Erhaltungszeit ist bei einem *Poisson*-Prozeß der hier beschriebenen Form gleich der mittleren Zeitdauer zwischen zwei aufeinanderfolgenden Nulldurchgängen.

Die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Nulldurchgängen ist eine Zufallsgröße, die wir mit X bezeichnen und deren Verteilungsgesetz man wie folgt findet. Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß im Intervall τ kein Nulldurchgang auftritt, ist $p_Z(0;\tau)=\exp(-\varkappa\tau)$. Mit derselben Wahrscheinlichkeit ist die Zufallsgröße X größer oder gleich τ, d. h.

$$\mathcal{P}(X\geqq\tau)=p_Z(0;\tau)=e^{-\varkappa\tau}. \tag{8}$$

Aus der Wahrscheinlichkeit

$$\mathcal{P}(X<\tau)=\int_0^\tau p_X(\tau)d\tau=1-e^{-\varkappa\tau} \tag{9}$$

für den Ausfall der Zufallsgröße X kleiner als τ ergibt sich das Verteilungsgesetz für X durch Differentiation zu

$$p_X(\tau)=\varkappa e^{-\varkappa\tau}\quad\text{für}\quad\tau\geqq0. \tag{10}$$

Mit der Kenntnis dieser Verteilungsdichte läßt sich leicht der Erwartungswert von X, d. h. die mittlere Andauerzeit des Zufallsprozesses berechnen. Man erhält

$$EX=\int_0^\infty\varkappa\tau e^{-\varkappa\tau}d\tau=\frac{1}{\varkappa}. \tag{11}$$

Wir können mit diesem Ergebnis feststellen, daß für einen *Poisson*-Prozeß der hier beschriebenen Form die *Bartels*sche Erhaltungszeit gleich der mittleren Andauerzeit der einzelnen Zustände des Prozesses ist, d. h. $\varepsilon(\infty)=EX=1/\varkappa$.

4. Vergleich der theoretischen Aussagen mit den empirischen Ergebnissen

Integriert man die Verteilungsdichtefunktion (10) zwischen den Grenzen $(m+1)\Delta\tau$ und $m\Delta\tau$ für $m=0, 1, 2, \ldots$, dann erhält man mit $\exp(-\varkappa\Delta\tau)=\varrho$ die Häufigkeiten

$$\int_{m\Delta\tau}^{(m+1)\Delta\tau}p_X(\tau)d\tau=(1-\varrho)\varrho^m. \tag{12}$$

Diese Häufigkeiten sind für die jeweiligen Werte von $\varkappa$ sowie für $\Delta\tau=1$ bzw. für die Werte von ϱ in den Abbildungen 3 a bis 5 a eingezeichnet. Man sieht, daß die theoretischen Häufigkeiten die empirischen nur in großen Zügen wiedergeben. Vor allem werden das Maximum der empirischen Häufigkeitsverteilung und der Anstieg von nahezu Null bei $\tau=1$ bis zum Maximum bei $\tau=3$ bis 4 Tage nicht erfaßt. Diese Abweichungen der empirischen Kurven von den theoretischen sind dadurch zu erklären, daß die einzelnen Zirkulationsformen eine gewisse Zeit erhalten bleiben, bevor ein Zirkulationswechsel erfolgt, während bei dem hier verwendeten Modellprozeß die Wahrscheinlichkeit des Übergangs von einer Zirkulationsform zur anderen zeitlich konstant angenommen ist. Zur besseren Beschreibung der empirischen Häufigkeitsverteilungskurven durch Modellkurven wäre also eine Modifikation des Modellprozesses notwendig. Die Ergebnisse diesbezüglicher Untersuchungen werden nach Abschluß der numerischen Approximationsrechnungen mitgeteilt.

Literatur

Bartels, J., Zur Morphologie geophysikalischer Zeitfunktionen. Sitz.-Ber. preuß. Akad. Wiss. Berlin, Phys.-math. Kl. 29/30 (1935), 504–522.
Bartels, J., Gesetz und Zufall in der Geophysik. Naturwissenschaften 31 (1943), 421–435.
Dzerdzeevskij, B. L., Cirkuljacionnye mechanizmy v atmosfere severnogo polušarija b XX stoletii. Inst. Geografii Akad. Nauk SSSR, Moskva 1968 und 1970.

Fisz, M., Wahrscheinlichkeitsrechnung und Mathematische Statistik, Berlin 4. Aufl. 1966.
Graf, B. und *H. F. Graf*, Vergleich der äquivalenten Erhaltungszahl nach *Bartels* mit der mittleren Andauer der Zirkulation nach *Dzerdzeevskij*. Dipl.-Arbeit HU Berlin 1974.
Lahres, H., Einführung in die diskreten *Markoff*-Prozesse und ihre Anwendungen, Leipzig 1964.
Lee, Y. W., Statistical Theory of Communication, New York/London/Sydney 1960.
Olberg, M., Die Erhaltungsneigung der horizontalen Luftströmung in Potsdam und die Koeffizienten des horizontalen Großaustausches. Z. Meteor. 25 (1975), 197–204.
Taubenheim, J., Statistische Auswertung geophysikalischer und meteorologischer Daten, Leipzig 1969.

Anschrift: Dr. sc. M. Olberg, Dipl.-Met. H.-F. Graf, Dipl.-Met. W. Witschel, Sektion Physik der Humboldt-Universität zu Berlin, Bereich Meteorologie und Geophysik, 1162 Berlin-Friedrichshagen, Müggelseedamm 256

551.55:551.466.3

Versuch einer Berechnung des mittleren Seeganges in der küstennahen Zone aus dem Windvektor

Von **R. Stellmacher**

Mit 2 Abbildungen

Zusammenfassung: Es wird versucht, den mittleren Seegang in der küstennahen Zone aus dem Windvektor mit Hilfe der Richtungsregression zu berechnen. Die Regressionsgeraden sind graphisch dargestellt.

Résumé: L'état moyen de la mer dans une zone côtière a été calculé par le vecteur de vent à l'aide de régression de direction. Les droites de régression sont tracées pour les différentes directions du vent.

Summary: The attempt is made to calculate from the wind vector the average state of the sea using the directional regression. The regression lines are presented in graphs.

Einleitung

Im Interesse einer Erhaltung der Küstenregionen als Erholungs- und Siedlungsraum erweist es sich als nützlich, die zeitliche Veränderung des Küstenverlaufes und deren Ursachen zu untersuchen. Das ist gleichbedeutend mit dem Studium der Wechselwirkungen zwischen Sedimenttransport, Seegang und Wind in Raum und Zeit, da der Seegang als eine wesentliche Ursache für den Sedimenttransport angesehen werden kann und der Seegang seinerseits von den herrschenden Windverhältnissen mitbestimmt wird.

Im folgenden werden wir uns jedoch auf einen Versuch, den mittleren Seegang aus dem gegebenen Windvektor abzuschätzen, beschränken.

Der Richtungsregressionsansatz

Der küstennahe Seegang kann in guter Näherung durch die Angabe der mittleren Wellenhöhe charakterisiert werden [siehe z. B. *Siefert* (1973)]. Dieser mittlere Seegang wurde mit Hilfe der *Czepa*-Sonde [*Czepa* (1973)] in einem ausgewählten, sich Ost-West erstreckenden Küstenabschnitt der Ostsee (Abb. 1) langfristig registriert. Die Stundenmittelwerte des mittleren Seeganges wurden zu den herrschenden Windverhältnissen in Beziehung

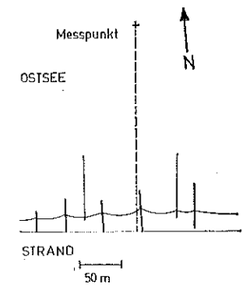

Abb. 1. Lage des Messpunktes

gesetzt. Zur Beschreibung des Zusammenhanges zwischen dem mittleren Seegang $s(t)$ zur Zeit t und dem Winde wurde folgender Regressionsansatz verwendet:

$$s(t)=\beta[r(t)]v(t)+\varepsilon$$

mit $s(t)$: mittlerer Seegang zur Zeit t in dm,
$\beta[r(t)]$: Regressionskoeffizient als Funktion der Windrichtung r zur Zeit t
$v(t)$: Windgeschwindigkeit zur Zeit t in m/s
ε: Fehler.

Die $\beta(r)$ wurden aus dem vorliegenden Beobachtungsmaterial (Februar bis November 1973) berechnet und die entsprechenden Regressionsgeraden graphisch dargestellt (Abb. 2).